

Achsen, Wellen und Zapfen

BBS Winsen (Luhe)

Entwicklung und Konstruktion

A. Berg

Beispielaufgabe

Für die Antriebswelle aus S235JR des Becherwerkes sind die Durchmesser zu berechnen und festzulegen. Die erforderliche Leistung des Getriebemotors beträgt $P = 7,5 \text{ kW}$ bei $n = 80 \text{ min}^{-1}$. Der Wirkungsgrad des Getriebes ist mit $\eta = 80\%$ anzunehmen.

Die Betriebsbedingungen sind durch den Anwendungsfaktor $K_A = 1,2$ zu berücksichtigen.

Aus konstruktiven Überlegungen wurden bereits der Gurtscheibendurchmesser mit $D_S = 800 \text{ mm}$ und der Lagerabstand mit $l_A = 560 \text{ mm}$ festgelegt. Die auf die Welle wirkende Gesamtkraft F_{ges} beträgt $9,2 \text{ kN}$ ($F_{\text{ges}} = F_1 + F_2$).

Allgemeine Hinweise: Zwischen dem Lager B und der Stelle A-B liegt die zusammengesetzte Beanspruchung aus Biegung und Torsion vor, zwischen A-B und Lager A nur Biegebeanspruchung.

Der Festigkeitsnachweis der Welle ist statisch und dynamisch für den Querschnitt A-B zu führen, da hier neben der Torsionsspannung die größte Biegespannung vorliegt und durch die Passfedernut Querschnittsschwächung bzw. Kerbeinfluss vorhanden ist.

Der Festigkeitsnachweis des Wellenzapfens ist wegen der statisch wirkend angenommenen Torsion nur statisch für den durch die Passfedernut geschwächten Querschnitt C-D erforderlich.

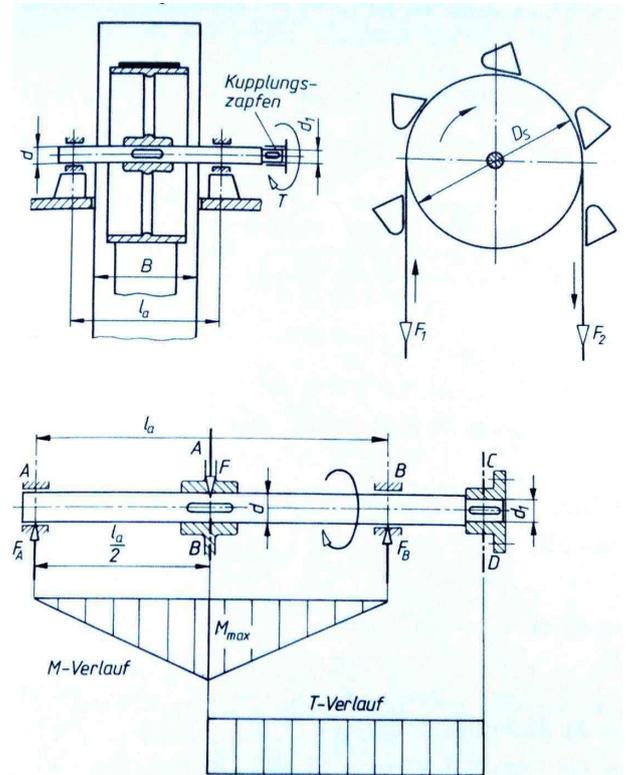


Bild 11-32: Roloff/Matek, Maschinenelemente, S. 367

Gruppe 1

a) Berechnen Sie den Durchmesser d der Antriebswelle. Verwenden Sie für die Passfedernuttiefe t_1 die Tabelle 12-2 und für den Lagerdurchmesser die Tabelle 14-1.

b) Führen Sie anschließend den statischen Nachweis durch. Beim statischen Nachweis ist durch das Anlaufdrehmoment des Motors $T_{\text{max}} = 2,5 \cdot T_{\text{enn}}$ und Biegemoment $M_{\text{max}} = 2,5 \cdot M_{\text{enn}}$ anzunehmen.

Gruppe 2

a) Berechnen Sie den Durchmesser d_1 des Wellenzapfens zum Aufnehmen der Kupplung. Verwenden Sie für die Passfedernuttiefe t_1 die Tabelle 12-2. Durch statisch wirkende Torsion und Anlaufdrehmoment des Motors ist $T_{\text{max}} = 2,5 \cdot T_{\text{enn}}$ anzunehmen.

b) Führen Sie anschließend den statischen Nachweis des Wellenzapfens durch.

Gruppe 1 und 2

c) Führen Sie anschließend an a) und b) den dynamischen Nachweis der Welle durch.

Vgl.: Roloff/Matek, Maschinenelemente, Berechnungsbeispiel 11-2.

Gruppe 1 Musterlösung

a)

$$P = P_{\text{Motor}} \cdot \eta_{\text{Getriebe}}$$
$$P = 7,5 \text{ kW} \cdot 0,8 = \underline{6 \text{ kW}} \quad \text{von der Welle zu übertragende Leistung}$$

$$T_{\text{nenn}} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad 1 \text{ W} = \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$
$$T_{\text{nenn}} = \frac{6 \text{ Nm} \cdot 1000 \cdot 60 \text{ s}}{\text{s} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 80} = \underline{716 \text{ Nm}} \quad (\text{FS 11-5})$$

$$T_{\text{eq}} = K_A \cdot T_{\text{nenn}} \quad (\text{FS 11-6})$$

$$T_{\text{eq}} = 1,2 \cdot 716 \text{ Nm} = \underline{860 \text{ Nm}}$$

$$M_{\text{eq}} = K_A \cdot M_{\text{nenn}} \quad (\text{FS 11-1})$$

$$M_{\text{nenn}} = \frac{F_{\text{ges}} \cdot l_A}{4} \quad (\text{TB 11-6/1}) \quad \text{Biegemoment}$$

$$M_{\text{nenn}} = \frac{9200 \text{ N} \cdot 0,56 \text{ m}}{4} = \underline{1288 \text{ Nm}}$$

$$M_{\text{eq}} = 1,2 \cdot 1288 \text{ Nm} = \underline{1546 \text{ Nm}}$$

M_v das für die Berechnung maßgebende Vergleichsmoment

$$M_v = \sqrt{M_{\text{eq}}^2 + 0,75 \cdot (\sigma_b / (\phi \cdot \tau_t) \cdot T_{\text{eq}})^2} \quad (\text{FS 11-13})$$

$$\sigma_b / (\phi \cdot \tau_t) \approx 0,7 \quad \text{wenn Biegung wechselnd und Torsion statisch} \quad (\text{FS 11-13})$$

$$M_v = \sqrt{(1546 \text{ Nm})^2 + 0,75 \cdot (0,7 \cdot 860 \text{ Nm})^2} = \underline{1632 \text{ Nm}}$$

$$\sigma_{\text{bD}} = 180 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{TB 1-1})$$

$$d' = 3,4 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_v}{\sigma_{\text{bD}}}} \quad (\text{FS 11-12}) \text{ gleichzeitig verdreh- und biegebeanspruchte Welle}$$

$$d' = 3,4 \cdot \sqrt[3]{\frac{1632 \text{ Nm} \cdot 1000}{180 \text{ N/mm}^2}} = 70,89 \text{ mm}$$

Unter Berücksichtigung der genormten Lagerdurchmesser gem. TB 14-1/a wird der Wellendurchmesser d mit 75 mm festgelegt.

b) Statischer Nachweis

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{b \max}}{\sigma_{bF}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{t \max}}{\tau_{tF}}\right)^2}} \geq S_{F \min} \quad (\text{FS 11-19})$$

$$d_{\text{rechn}} = d - t_1 \quad (\text{TB 12-2/a})$$

$$d_{\text{rechn}} = 75\text{mm} - 9\text{mm} = \underline{\underline{66\text{mm}}}$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{M_{b \max}}{W_b} \quad (\text{FS A11-3})$$

$$M_{b \max} = 2,5 \cdot M_{\text{nenn}}$$

$$M_{b \max} = 2,5 \cdot 1288\text{Nm} = \underline{\underline{3220\text{Nm}}}$$

$$W_b = 0,012 \cdot (d + d_{\text{rechn}})^3 \quad (\text{TB 11-3})$$

$$W_b = 0,012 \cdot (75\text{mm} + 66\text{mm})^3 = \underline{\underline{33638,6\text{mm}^3}}$$

$$\sigma_{b \max} = \frac{3220\text{Nm} \cdot 1000}{33638,6\text{mm}^3} = \underline{\underline{95,7\text{N/mm}^2}}$$

$$\tau_{t \max} = \frac{T_{\max}}{W_t} \quad (\text{A 11-3})$$

$$T_{\max} = 2,5 \cdot T_{\text{nenn}}$$

$$T_{\max} = 2,5 \cdot 716\text{Nm} = \underline{\underline{1790\text{Nm}}}$$

$$W_t = 0,2 \cdot d_{\text{rechn}}^3 \quad (\text{TB 11-3})$$

$$W_t = 0,2 \cdot (66\text{mm})^3 = \underline{\underline{57499\text{mm}^3}}$$

$$\tau_{t \max} = \frac{1790\text{Nm} \cdot 1000}{57499\text{mm}^3} = \underline{\underline{31,1\text{N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot R_{p0,2N} \cdot K_t \quad (\text{FS A11-3})$$

$$S235 \quad R_{p0,2N} = 235\text{N/mm}^2 \quad (\text{TB 1-1})$$

$$K_t = 1 - 0,26 \cdot \lg(d/32\text{mm}) \quad (\text{TB 3-11/4 Technologischer Größeneinfluss für Walzzahl})$$

$$K_t = 1 - 0,26 \cdot \lg(75\text{mm}/32\text{mm}) = \underline{\underline{0,9}}$$

$$\sigma_{bF} = 1,2 \cdot 235\text{N/mm}^2 \cdot 0,9 = \underline{\underline{255\text{N/mm}^2}}$$

$$\tau_{tF} = \frac{1,2 \cdot R_{p0,2N} \cdot K_t}{\sqrt{3}} \quad (\text{FS A11-3})$$

$$\tau_{tF} = \frac{1,2 \cdot 235\text{N/mm}^2 \cdot 0,9}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{147\text{N/mm}^2}}$$

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{95,7\text{N/mm}^2}{255\text{N/mm}^2}\right)^2 + \left(\frac{31,1\text{N/mm}^2}{147\text{N/mm}^2}\right)^2}} = \underline{\underline{2,3}}$$

$$S_{F \min} = 1,5 \quad (\text{TB 3-14/a Walz- und Schmiedestähle})$$

$$\underline{\underline{S_F > S_{F \min}}}$$

Ergebnis: Die vorhandene Sicherheit ist ausreichend.

Gruppe 2 Musterlösung

a)

$$P = P_{\text{Motor}} \cdot \eta_{\text{Getriebe}}$$

$$P = 7,5\text{kW} \cdot 0,8 = 6\text{kW} \quad \text{vom Wellenzapfen zu übertragende Leistung}$$

$$T_{\text{nenn}} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad 1\text{W} = \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$

$$T_{\text{nenn}} = \frac{6\text{Nm} \cdot 1000 \cdot 60\text{s}}{\text{s} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 80} = \underline{\underline{716\text{Nm}}} \quad (\text{FS-11-5 Nenndrehmoment})$$

$$T_{\text{max}} = 2,5 \cdot T_{\text{nenn}} \quad (\text{Bei statischer Beanspruchung ist } T_{\text{max}} \text{ maßgebend})$$

$$T_{\text{max}} = 2,5 \cdot 716\text{Nm} = \underline{\underline{1790\text{Nm}}}$$

$$d' = 2,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{\text{max}}}{\tau_{\text{tD}}}} \quad (\text{FS 11-7 Verdrehbeanspruchte Welle})$$

$$\tau_{\text{tD}} = \tau_{\text{tF}} = 1,2 \cdot R_{\text{p}0,2\text{N}} / \sqrt{3} \quad (\text{FS 11-7 bei statischer Beanspruchung wird } \tau_{\text{tD}} \text{ durch } \tau_{\text{tF}} \text{ ersetzt})$$

$$R_{\text{p}0,2\text{N}} = 235\text{N/mm}^2 \quad (\text{TB 1-1})$$

$$\tau_{\text{tF}} = 1,2 \cdot \frac{235\text{N/mm}^2}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{162,8\text{N/mm}^2}}$$

$$d' = 2,7 \cdot \sqrt[3]{\frac{1790\text{Nm} \cdot 1000}{162,8\text{N/mm}^2}} = \underline{\underline{60\text{mm}}}$$

Anhand der Tabelle 12-2 die Passfedernuttiefe $\underline{\underline{t_1 = 7\text{mm}}}$.

b) Statischer Nachweis

Für den Festigkeitsnachweis relevanter Zapfendurchmesser beträgt $d_{\text{rechn}} = d - t_1$

$$d_{\text{rechn}} = 60\text{mm} - 7\text{mm} = \underline{\underline{53\text{mm}}}$$

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\tau_{t \max}}{\tau_{tF}}\right)^2}} \geq S_{F \min} \quad (\text{FS 11-19})$$

$$S_{F \min} = 1,5 \quad (\text{TB 3-14/a})$$

$$\tau_{t \max} = T_{\max}/W_t \quad (\text{FSA 11-3})$$

$$W_t = 0,2 \cdot (d_{\text{rechn}})^3 \quad (\text{TB 11-3})$$

$$W_t = 0,2 \cdot (53\text{mm})^3 = \underline{\underline{29775,4\text{mm}^3}}$$

$$T_{\max} = 1790\text{Nm}$$

$$\tau_{t \max} = \frac{1790\text{Nm}}{29775,4\text{mm}^3} = \underline{\underline{60,1\text{N/mm}^2}}$$

$$\tau_{tF} = \frac{1,2 \cdot R_{p0,2 \text{ N}} \cdot K_t}{\sqrt{3}}$$

$$R_{p0,2 \text{ N}} = 235\text{N/mm}^2 \quad (\text{TB 1-1})$$

$$K_t = 1 - 0,26 \cdot \lg(d/32\text{mm})$$

$$K_t = 1 - 0,26 \cdot \lg(60\text{mm}/32\text{mm})$$

$$K_t = \underline{\underline{0,93}}$$

$$\tau_{tF} = \frac{1,2 \cdot R_{p0,2} \cdot 0,93}{\sqrt{3}} = 151\text{N/mm}^2$$

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{60,1\text{N/mm}^2}{151\text{N/mm}^2}\right)^2}} = \underline{\underline{2,5}}$$

$$S_{F \min} = 1,5 \quad (\text{TB 3-14a})$$

$$S_F > S_{F \min}$$

Ergebnis: Die vorhandene statische Sicherheit ist ausreichend.

Gruppe 1 und 2 Musterlösung

c) Dynamischer Nachweis

Da die Torsion auf die Welle statisch wirkt, beträgt der dynamische Anteil des Torsionsmomentes

$$T_{a \text{ eq}} = (K_A - 1) \cdot T_{\text{nenn}} \quad (\text{FS 3-4})$$

und kann beim dynamischen Nachweis vernachlässigt werden.

$$S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bGW}}\right)^2}} \geq S_{D \text{ erf}} \quad (\text{FS 11-20})$$

$$S_{D \text{ erf}} = S_{D \text{ min}} \cdot S_Z \quad (\text{FS 11-20}) \text{ erforderliche Sicherheit gegen Dauerbruch}$$

$$S_{D \text{ min}} = 1,5 \quad (\text{TB 3-14/a für Walz- und Schmiedestähle})$$

$$S_Z = 1,2 \quad (\text{TB 3-14/c Biegung wechselnd, Torsion statisch})$$

$$S_{D \text{ erf}} = 1,5 \cdot 1,2 = \underline{\underline{1,8}}$$

$$\sigma_{ba} = \frac{M_{ba \text{ eq}}}{W_b} \quad (\text{FS A 11-3})$$

$$M_{ba \text{ eq}} = M_{b \text{ eq}} = K_A \cdot M_{b \text{ nenn}} \quad (\text{FS 11-1})$$

$$M_{ba \text{ eq}} = \underline{\underline{1546 \text{ Nm}}}$$

$$W_b = \frac{\pi \cdot D^3}{32} \quad (\text{TB 11-3})$$

$$W_b = \frac{\pi \cdot (75 \text{ mm})^3}{32} = \underline{\underline{41417,5 \text{ mm}^3}}$$

$$\sigma_{ba} = \frac{1546 \text{ Nm} \cdot 1000}{41417,5 \text{ mm}^3} = \underline{\underline{37,3 \text{ N/mm}^2}}$$

$$\sigma_{bGW} = \frac{\sigma_{bWN} \cdot K_t}{K_{Db}} \quad (\text{A 11-3})$$

$$\sigma_{bWN} = 180 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{TB 1-1})$$

$$K_t = 1 - 0,26 \cdot \lg(d/32 \text{ mm}) \quad (\text{TB 3-11/a Technologischer Größeneinflussfaktor für Walzstahl})$$

$$K_t = 1 - 0,26 \cdot \lg(75 \text{ mm}/32 \text{ mm}) = \underline{\underline{0,9}}$$

$$K_{Db} = \left(\frac{\beta_{kb}}{K_g} + \frac{1}{K_{O\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} \quad (\text{FS A 11-3 dynamische Konstruktionsfaktor})$$

$$\underline{\underline{\beta_{kb} = 1,7}}$$

(TB 3-8 Anhaltswert Kerbwirkungszahl für Passfedernut in Welle mit Schaftfräser gefräst)

$$K_g = 1 - 0,2 \frac{\lg(d/7,5\text{mm})}{\lg 20} \quad (\text{TB 3-11/c geometrische Größeneinflussfaktor})$$

$$K_g = 1 - 0,2 \frac{\lg(75\text{mm}/7,5\text{mm})}{\lg 20} = \underline{0,85}$$

$$K_{O\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg \frac{R_Z}{\mu\text{m}} \cdot \left(\lg \frac{R_m}{20\text{N/mm}^2} - 1 \right)$$

(TB 3-10/a Einflussfaktor der Oberflächenrauheit für Walzstahl)

$$R_Z = 10\mu\text{m} \quad (\text{TB 2-12/a Oberflächenrauheit, gefräst})$$

$$K_{O\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg(10\mu\text{m}/\mu\text{m}) \cdot \left(\lg \frac{360\text{N/mm}^2}{20\text{N/mm}^2} - 1 \right)$$

$$K_{O\sigma} = \underline{0,94}$$

$$K_v = 1 \quad (\text{TB 3-12 keine Oberflächenverfestigung})$$

$$K_{Db} = \left(\frac{1,7}{0,85} + \frac{1}{0,94} - 1 \right) \cdot 1 = \underline{2,06}$$

$$\sigma_{bGW} = \frac{\sigma_{bWN} \cdot K_t}{K_{Db}} \quad (\text{A 11-3})$$

$$\sigma_{bGW} = \frac{180\text{N/mm}^2 \cdot 0,9}{2,06} = \underline{78,64\text{N/mm}^2}$$

$$S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bGW}}\right)^2}} = \frac{1}{\left(\frac{37,3\text{N/mm}^2}{78,64\text{N/mm}^2}\right)} = \underline{\underline{2,1}}$$

Ergebnis: die vorhandene Sicherheit gegen dynamische Beanspruchung ist ausreichend, da $S_D > S_{D\text{erf}}$